气候系统可预报性理论研究*

穆　穆[1)]　李建平[1)]　丑纪范[2)]
段晚锁[1)]　王家城[1)]

1)（中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室，北京　100029）
2)（中国气象局北京气象培训中心，北京　100081）

摘　要　介绍了作者近年来关于气候系统可预报性理论研究的一些工作，包括：非线性最快增长扰动理论以及在气候预测的可预报性研究中的应用；从一个新的角度研究了 2 类可预报性问题，并提出可预报性的 3 类子问题；根据计算不确定性原理，讨论了模式可预报性与机器精度的关系；探讨了可预报性与时空尺度的关系，建立了可预报性的相对观。

关键词：气候系统；可预报性；非线性；扰动；时空尺度

1　引言

气候系统是一个复杂的非线性系统，它的预报时效有一定的范围，超出这个范围，预报将完全失去技巧。气候系统存在可预报性是其固有的属性，确定和估计这种预报时效的大小，探索造成可预报时限的物理原因，研究误差增长和传播的规律，寻找延长模式可预报时效的途径等，构成了可预报性理论研究的主要内容。自从 Thompson[1]和 Lorenz[2,3]开创确定性系统的可预报性研究以来，关于大气和气候的可预报性问题已有很多工作[4~14]，这些研究大大加深和丰富了人们对可预报性问题的认识，也深化了人们对气候系统本身运动和演化规律的理解。目前，这一领域已经成为当前国际上最重要的气候计划——气候变率和可预报性研究（CLIVAR）的主题之一[15,16]，足以显示可预报性理论研究的重要性。尽管在过去的几十年里，在可预报性及其物理基础方面取得了很大的进展[15]，然而，由于问题本身的难度和复杂性，关于气候系统可预报性仍有许多重要问题没有解决。而且其无论是在物理、数学的提法上，还是在定量估计上；无论是在成因分析上，还是在延长模式可预报时效的手段上，都还有待进行深入的分析和研究。可以说一个完整系统的气候可预报性理论至今并没有完全建立起来。

本文介绍了作者近年来关于气候系统可预报性理论研究的一些工作：非线性最快增长扰动理论[17,18]以及在气候预测的可预报性研究中的应用；从一个新的角度研究了两类可预报性问题[19]。同时，根据计算不确定性原理，讨论了模式可预报性与机器精度的关系；此外，探讨了可预报性与时空尺度的关系，建立了可预报性的相对观。

2002-04-10 收到
* 国家重点基础研究发展规划项目G1998040901、G1998040910和国家自然科学基金资助项目49905007、40023001、40075015 以及中国科学院创新项目 KZCX2-208 共同资助

2 线性和非线性奇异向量、奇异值

自从 Lorenz[20]提出用奇异向量理论来研究大气可预报性问题以来，该方法已被用于线性稳定性、大气环流型、海气耦合模式的可预报性以及天气集合预报等问题的研究。不过，过去的工作都是基于线性理论。最近，穆穆[17]提出了非线性奇异向量和非线性奇异值的新概念来研究大气可预报性问题，这种非线性奇异向量理论比线性奇异向量方法更适合于研究大气可预报性问题。

在气候预测的可预报性研究中，关于 ENSO 事件的预测，线性奇异向量和线性奇异值被用来估计预报误差的增长[21~23]；在集合预报中，线性奇异向量也被作为初始扰动，以形成初始场。气候系统是复杂的非线性物理系统，描述其变化的是复杂的非线性模式，用奇异值和奇异向量的线性理论来研究气候系统，就必须研究切线性模式的有效性问题，关于这些问题，虽然有一些文献研究[24~26]，但还没有比较明确的答案。因此，对于气候系统，有必要从非线性模式本身而不是它的线性近似来研究其发展变化。下面引入非线性奇异向量和非线性奇异值的概念[17]。

假设$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{U}(x,t)$是基态，$\boldsymbol{U}_0=\boldsymbol{U}(x,0)$为其相应的初始态，如果$\boldsymbol{u}_0(x)$是对$\boldsymbol{U}_0$的初始扰动，那么，$\boldsymbol{U}_0+\boldsymbol{u}_0$在时刻 T 将发展成为$\boldsymbol{U}(x,T)+\boldsymbol{u}(x,T)$，而$\boldsymbol{u}(x,T)$就是初始扰动$\boldsymbol{u}_0(x)$的非线性发展。在上述条件下，选取适当的范数，可以定义：

$$I(\boldsymbol{u}_{10}^*)=\max_{\boldsymbol{u}_0}\frac{\|\boldsymbol{u}(T)\|^2}{\|\boldsymbol{u}_0\|^2}, \tag{1}$$

其中，初始扰动$\boldsymbol{u}_{10}^*$是第 1 非线性奇异向量，或者非线性最快增长扰动，$I(\boldsymbol{u}_{10}^*)$的算术平方根是非线性奇异值。除了第 1 非线性奇异向量和奇异值，我们还可以定义第 2 非线性奇异向量和奇异值。第 2 非线性奇异向量$\boldsymbol{u}_{20}^*$是下一极值问题的极值点：

$$I(\boldsymbol{u}_{20}^*)=\max_{\boldsymbol{u}_0\perp\boldsymbol{u}_{10}^*}\frac{\|\boldsymbol{u}(T)\|^2}{\|\boldsymbol{u}_d\|^2}, \tag{2}$$

其中，$\boldsymbol{u}_0\perp\boldsymbol{u}_{10}^*$表示初始扰动$\boldsymbol{u}_0$和所有的第 1 非线性奇异向量正交，$I(\boldsymbol{u}_{20}^*)$的算术平方根是第 2 非线性奇异值。

类似的还可以通过上述方法定义第 3，第 4，…，第 n 非线性奇异向量和奇异值。值得指出的是，相应于每一个奇异值可以有多个奇异向量存在。

文献[18]采用二维正压准地转模式，用数值方法求得了不同基态的非线性最快增长扰动，结果表明如果第 1 非线性最快增长扰动充分小，可用第 1 线性奇异向量来近似代替，但对于比较大的非线性最快增长扰动，相应的切线性模式不能很好的近似非线性模式。另外，对于一些基态，还可能出现局部最快增长扰动，这一类扰动通常具有较大的能量范数和相对较小的增长率，对可预报性的影响可能比第 1 非线性最快增长扰动大，在可预报性研究中可以扮演更重要的角色。

最近，Durbiano[27]在博士论文中，对于浅水模式，也计算了前 6 个非线性奇异向量，并且比较了与线性奇异向量之间的差异。

3　可预报性的 3 类子问题

关于气候模式的可预报性问题的分类，按照产生预报误差原因的不同，目前国际上将其分成第一类与第二类可预报性问题，前者是由初始误差引起的预报结果的不确定性，后者是由模式误差产生的预报结果的不确定性[28]。另一方面，按照研究可预报性目的的不同，我们将其分成 3 类子问题。

关于模式误差的定义因文献而异，这里，我们采用下面的定义[29]：如果模式的初值是真实的，那么模式误差就是预报时刻预报值和真实值之间的差异。

从模式误差的定义可以看出，导致模式误差可以有多种因素，这里只考虑在模式误差中起主要作用的模式中参数误差。

问题 1　假设初始观察$\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}}$和参数$\mu^g$的初始给定值是已知的，$M_t(M_T)$是模式从 0 到 t（T）时刻的传播算子，在预报时刻，对于选定的范数$\|\cdot\|_A$，最大允许的预报误差是

$$\| M_T(\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}}, \mu^g) - \boldsymbol{u}_T^{\mathrm{t}} \|_A \leqslant \varepsilon, \tag{4}$$

其中，$\boldsymbol{u}_T^{\mathrm{t}}$是 T 时刻状态的真实值。在此条件下，我们可以通过求解一个非线性优化问题来确定最大可预报时间T_ε：

$$T_\varepsilon = \max\{\tau \,|\, \| M_t(\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}}, \mu^g) - \boldsymbol{u}_t^{\mathrm{t}} \|_A \leqslant \varepsilon, \quad 0 \leqslant t \leqslant \tau\}. \tag{5}$$

然而，真实值$\boldsymbol{u}_t^{\mathrm{t}}$是不可能确切知道的，求解上述优化问题是不可能的。但如果知道关于初始误差和模式参数误差的信息，我们就可以通过一些方法给出最大可预报时限有用的估计。例如，若知道下列关于误差的信息：

$$\| \boldsymbol{u}_0^{\mathrm{t}} - \boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}} \|_A \leqslant \delta_1, \qquad \| \mu^{\mathrm{t}} - \mu^g \|_B \leqslant \delta_2, \tag{6}$$

其中，$\|\cdot\|_B$是度量模式参数误差的范数，考察非线性优化问题

$$T_{\varepsilon l} = \min_{u_0 \in B_{\delta_1}, \mu \in B_{\delta_2}} \{ T_{\boldsymbol{u}_0,\mu} \,|\, T_{\boldsymbol{u}_0,\mu} = \max \tau, \| M_t(\boldsymbol{u}_0, \mu) - M_t(\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}}, \mu^g) \| \leqslant \varepsilon, 0 \leqslant t \leqslant \tau \}, \tag{7}$$

这里，B_{δ_1}和B_{δ_2}分别是以$\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}}$和$\mu^g$为球心，$\delta_1$和$\delta_2$为半径的球。可以证明$T_{\varepsilon l} \leqslant T_\varepsilon$，这样，我们就给出了最大可预报时限的下界估计。

问题 2　假定初始观察$\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}}$和参数$\boldsymbol{u}^g$是已知的，对于给定的预报时间 T，预报误差可以表示为

$$E = \| M_T(\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}}, \boldsymbol{u}^g) - \boldsymbol{u}_T^{\mathrm{t}} \|_A, \tag{8}$$

因为真实值$\boldsymbol{u}_T^{\mathrm{t}}$不能确切知道，要通过上式精确求解预报误差 E 是不可能的。

但如果（6）式成立，预报误差 E 能通过下面的优化问题来估计，

$$E_u = \max_{u_0 \in B_{\delta_1}, \mu \in B_{\delta_2}} \| M_T(\boldsymbol{u}_0, \mu) - M_T(\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}}, \mu^g) \|_A. \tag{9}$$

可证，$E \leqslant E_u$。这样，E_u给出了预报误差的上界估计。

问题3 给定初始观察$\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}}$，参数的初始给定值$\boldsymbol{u}^g$以及在预报时刻$T$允许的最大预报误差（4）式，那么，允许的最大初始误差和参数误差就可以归结为下面的优化问题：

$$\delta_{\max}=\max_{\delta}\{\delta|\|\boldsymbol{u}_0-\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}}\|_A\leqslant\delta_1,\|\mu-\mu^g\|_B\leqslant\delta_2,$$
$$\delta_1+\delta_2=\delta,\ \text{且}\|M_T(\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}},\boldsymbol{u}^g)-\boldsymbol{u}_T^t\|_A\leqslant\varepsilon\},\tag{10}$$

这个表达式中同样存在不能确切知道的真实值$\boldsymbol{u}_T^t$，所以，对于允许的最大初始误差和参数误差，只能通过允许的预报误差的信息给出估计，

$$\bar{\delta}_{\max}=\max_{\delta}\{\delta|\|M_T(\boldsymbol{u}_0^{\mathrm{obs}},\mu^g)-M_T(\boldsymbol{u}_0,\mu)\|_A\leqslant\varepsilon,$$
$$\boldsymbol{u}_0\in B_{\delta_1},\mu\in B_{\delta_2},\delta_1+\delta_2=\delta\},\tag{11}$$

可以推出

$$\bar{\delta}_{\max}\leqslant\delta_{\max}.\tag{12}$$

以上即是可预报性的3个子问题，如果忽略参数的误差，或者更进一步说预报模式是精确的，那么，上述3个问题就是第一类可预报性的3个子问题；另一方面，如果不考虑初始误差引起的预报结果不确定，那么，问题就变为与模式误差有关的第二类可预报性的3个子问题。文献[19]采用 Lorenz 模式作为一个简单的例子说明了如何用数值的方法研究这3类子问题。

4 模式可预报性研究必须考虑机器精度

定量估计可预报性时效是可预报性研究中的一个重要课题。传统上，用动力学方法讨论理论可预报时效的通常做法是采用大气环流模式，将两个数值解进行比较来研究误差的增长情况[1,5,9,30~33]。即一个数值解用来模拟“实际”的天气，把它看成是大气的“实况”；而另一个数值解是模拟当初始条件稍有不同时的天气演化情况，用这个带有初始误差的解与“实况”比较，就可以了解由于初始场的微小误差所导致其后解的误差随时间增长情况。这种做法现在看来并不完全正确。因为，这种思想来源于认为如果模式是绝对精确的，初始场也绝对是精确的，那么就可以得到准确的数值解。事实上，这种无限精度理想化的传统观念是不正确的，它没有考虑到计算机存在机器精度这一客观现实。一方面数值算法本身是不完全准确的，而实现计算的计算机又存在机器精度，即计算过程中不可避免会有舍入误差存在。因此，上述做法所得到的可预报性界限，不仅依赖于算法，也依赖于计算机的精度，同时还依赖于模式本身。所以，这样得到的可预报性界限并不是大气或气候的可预报性界限，而且也并非是模式最佳可预报性的确切定量。

最新的研究表明[34,35]，由于计算机的有限精度所造成的舍入误差对模式长期积分所得数值解有着重要的影响，而这种有限精度的现实性造成了客观上存在计算不确定性原理。这个原理的存在说明，在现实中计算机有效模拟能力是有限度的。有效模拟能力之所以会有极限是因为除去一个零测度集外，计算误差完全不可避免。这个界限的存在性

是固有的且不依赖于所模拟的对象（确切的说是除去一个零测度集），而这个界限的大小常常与模拟对象有关。一旦研究对象和计算机精度给定，那么所能模拟的最好能力便被确定下来，这个限制同样是固有的且不能通过改进描述这个对象的模式或改善资料来加以克服的；而改进描述这个对象的模式或改善资料只能使模拟能力逐渐接近这个最好程度[32~34]。

根据计算不确定性原理，可以给出在给定的机器精度下模式可预报性的确切度量，即模式的最大有效计算时间就是现实情况下其可预报性期限的定量度量。这是研究模式可预报性的一种全新方法。在实践中使模式实现这种最大有效计算时间的途径就是最优数值计算和模拟。根据计算不确定性理论，我们提出一种逐步调整的最优计算方法，试验表明这种方法是实现最优数值模拟的一种有效途径[36]，从而可以实现使数值模式达到其最佳可预报性。

另外，根据上述原理需要说明，不断提高模式分辨率并不一定能够延长模式的可预报性。已有的数值实验也证实了这一点[37]，在实践中需要特别引起注意。

5　可预报性与时空尺度的关系

气候具有多时空尺度性，不同时空尺度有不同的可预报性，因此，可预报性的具体界定必然依赖于所讨论的时空尺度，否则将无从谈起。比如，我们可以提前一定时间（设为 T）预报某一区域内的月总降水量，但却不能提前 T 时间确定在这个区域中哪一天哪个地方下了多少雨[8]。其原因是显然的，因为这是两个不同时空尺度的问题，它们具有不同的可预报性。所以，离开了时空尺度谈论可预报性将使我们无所适从。现象的时空尺度与可预报性关系可见图 1。

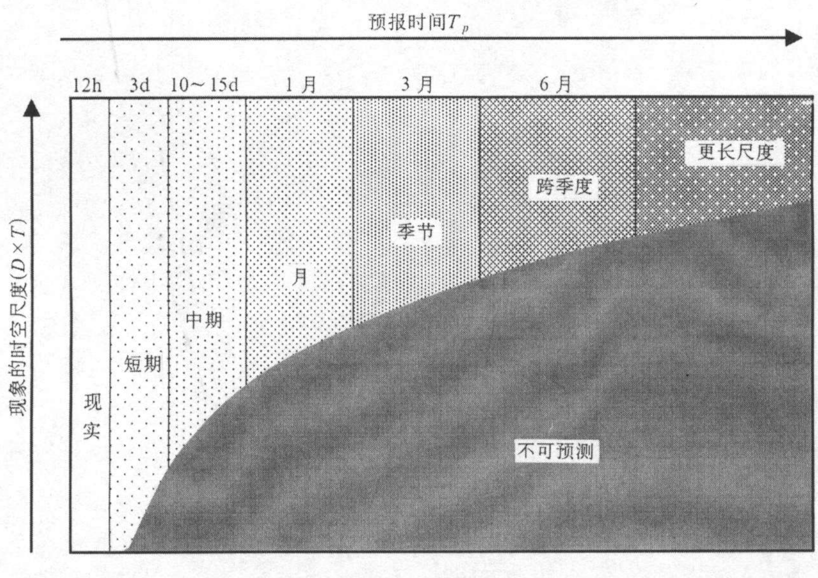

图 1　现象的时空尺度与可预报性关系

不同时空尺度气候的可预报期限不仅与初始特征有关，也与外源强迫特征有关。当给定初始场X_0和外源强迫 F的情况下，空间尺度为 D（这里 D 为三维尺度）和时间尺度为 T 的气候可预报性时间T_P满足如下函数关系：

$$T_P = T_P(D\times T; X_0, F). \tag{13}$$

显然，系统的可预报性受空间尺度、时间尺度、初始特征和外源强迫特征等 4 个因素制约。当固定初始场X_0和外源强迫 F时，成立

$$T_{P1} \leqslant T_{P2}, \qquad 当D_1 \leqslant D_2; \tag{14}$$

其中$T_{Pi} = T_{Pi}(D_i \times T; X_0, F)$,

$$T_{P1} \leqslant T_{P2}, \qquad 当T_1 \leqslant T_2; \tag{15}$$

其中$T_{Pi} = T_{Pi}(D\times T_i; X_0, F)$。上述两式表明，在相同初始特征和相同外源强迫特征条件下，时空尺度较大的系统具有较大的可预报性。

利用上述关系，可以给出气候系统中稳定分量和混沌分量[38]的确切含义。对于特定的预报时间T_p，对应一个临界尺度 D 满足

$$T_p = T_P = T_P(D\times T; X_0, F).$$

因此，系统的稳定分量是这样的一些分量，其尺度为$(D_i \times T)$，满足

$$D\leqslant D_i, T_p \leqslant T_P(D_i \times T; X_0, F).$$

而系统的混沌分量是尺度为$(D_i \times T)$的那些分量，它们满足

$$D_i \leqslant D,\quad T_P(D_i \times T; X_0, F)\leqslant T_p.$$

以上表明，对于特定的预测时间尺度而言，系统可预报的部分称为稳定分量，而不可预测的部分为混沌分量。所以，对于不同时空尺度的气候预测来说，应针对其稳定分量特别加以研究，抓住其稳定分量的主要特点可以提高对系统的认识和预测水平[38]。

根据上述分析，可预报性、稳定分量、混沌分量等概念都是依赖于时空尺度而言，就是说，它们在某一层次上是可预报的、稳定的，但在另一更高层次上则可能变成不可预测的、混沌的。因此，这些概念都是相对的，不是绝对的。这种可预报性的相对观指出，气候既是可预报的，又是不可预报的。这几乎是矛盾的结论却反映了气候系统可预报性具有两面性的实质。树立可预报性的相对观对我们认识可预报性的本质是非常有益的，坚持这种观点就不会使我们因为气候具有固有的可预报性而陷入“偶然论”和“不可知论”的悲观情绪之中，也不会因为气候遵循因果性规律制约而成为“机械的、形而上学的决定论”和“宿命论”。任何时空尺度的气候都是可以预测的，只是它们可预报的对象或说稳定分量是不相同的，但绝不能把某一层次上可预报的对象简单地外推到更高层次上。正是由于可预报的相对性，使得我们在研究中必须把目光放在对于某一特定时空尺度的预测问题上，寻找其相应可预报的稳定分量，从而减少盲目性。正如莫宁说：“确定可预报性界限本身并不是一个建设性的课题（本身也不应该是目的），建设性地解决某个长时期的可预报性问题，应该是指出在这种时期中所能预报的气象场的特征”[38]。

6 讨论

根据气候模式可预报性的特点和性质，在奇异向量和奇异值的线性理论基础上，我们引进了非线性奇异向量和非线性奇异值的概念，理论和数值试验表明非线性奇异向量和奇异值是线性奇异向量和奇异值的推广，并比线性奇异向量方法更适合于研究可预报性问题。另外，我们也讨论了可预报性的 3 类子问题。

上述非线性奇异向量问题和可预报性的 3 类子问题都可以归结为非线性优化问题。复杂的模式通常具有较高维数。对于高维模式，在非线性优化时，必须考虑计算机的内存、速度等方面问题；对具有约束条件的优化问题，我们也会遇到很大困难，控制大气或海洋运动的模式一般都是复杂的非线性模式，约束条件也很复杂，也就是说，我们要解决的优化问题是具有复杂约束条件的非线性优化问题，在某些情况下还有可能是非光滑的非线性优化问题。对于这一类问题，计算数学家们正在潜心研究，期望能给出高效成熟的算法。随着国民经济和社会的发展，要求科学家们提供更高精度的数值天气和气候预报，定量研究可预报性无疑是其中的主要课题。计算机工业、计算数学与大气科学的迅速发展与交叉、合作必定会给该领域带来全新的面貌。

我们的结果指出，在理论可预报性的研究中必须注意时空尺度，应树立可预报性的相对观；在讨论模式的可预报性时，必须考虑计算机有限机器精度所造成的舍入误差的影响，利用计算不确定性原理实现模式的最大可预报时效。此外，运用气候动力学的全局分析理论[39~41]对可预报性进行研究也是一个新的方向，这方面有大量的工作待深入研究。总之，在气候模式发展和气候可预报性研究中记住 Lorenz 的话是有益的："全球大气研究计划的最终目的并不是致力于制作出完全准确的预报，而是要制作出大气愿意让我们作出的最好的预报"[9]。

参 考 文 献

1 Thompson, P. D., Uncertainty of initial state as a factor in the predictability of large-scale atmospheric flow pattern, *Tellus*, 1957, **9**, 275～295.

2 Lorenz, E. N., The predictability of hydrodynamic flow, *Trans.*, New York Acad. Sci., Ser. 1963, **2**(25), 409～432.

3 Lorenz, E. N., Deterministic nonperiodic flow, *J. Atmos. Sci.*, 1963, **20**, 130～141.

4 Charney, J. G. and J. Shukla, Predictability of monsoons, *Monsoon Dynamics*, Cambridge University Press, 1981, 99～109.

5 Leith, C. E., Predictability in theory and practice, *Large-Scale Dynamics Processes in the Atmosphere*, Academic Press, 1983, 365～383.

6 Lorenz, E. N., Some aspects of atmospheric predictability, *Problems and Prospects in Longer and Medium Range Weather Forecasting*, Springer-Verlag, 1984, 1～20.

7 Shukla, J., Predictability, *Adv. in Geophys.*, 1985, **28**, 87～122.

8 丑纪范，大气动力学的新进展，兰州：兰州大学出版社，1990, 180～193.

9 Lorenz, E. N., *The Essence of Chaos*, University of Washington Press, 1993.

10 Branković, Č., T. N. Palmer and L. Ferranti, Predictability of seasonal atmospheric variations, *J. Climate*, 1994, **7**, 218～237.

11 纪立人、李志锦，大气可预报性研究的新进展—对数值预报效果的预测，数值天气预报中的若干新技术，廖

洞贤、柳崇健主编，北京：气象出版社，1995, 365～391.

12 李崇银，气候动力学引论（第二版），北京：气象出版社，2000, 449～472.

13 王会军，试论短期气候预测的不确定性，气候与环境研究，1997，**2**，333～338.

14 Webster, P. J., V. Magaña, T. N. Palmer, J. Shukla, R. A. Tomas, M. Yanai, and T. Yasunari, Monsoons: Processes, predictability and prospects for prediction, *J. Geophys. Res.*, 1998, **103**, 14451～14510.

15 World Climate Research Programme (WCRP), CLIVAR Initial Implementation Plan. WCRP-103, WMO / TD 869, ICPO 14, Geneva, Switzerland, 1998, 314 pp.

16 李崇银，气候变化及可预报性（CLIVAR）——气候研究的国际新计划，气候与环境研究，1996，**1**，87～95.

17 Mu Mu, Nonlinear singular vectors and nonlinear singular values, *Science in China* (D), 2000, **43**, 375～385.

18 Mu Mu, Wang Jiacheng, Nonlinear fastest growing perturbation and the first kind of predictability, *Science in China (D)*, 2001, **44**, 1128～1139.

19 Mu Mu, Duan Wansuo, Wang Jiacheng, The predictability problems in numerical weather and climate prediction, *Adv. Atmos. Sci.*, 2002, **19**, 191～204.

20 Lorenz, E. N., A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model, *Tellus*, 1965, **17**, 321～333.

21 Thompson, C. J., Initial conditions for optimal growth in couple ocean-atmosphere model of ENSO, *J. Atmos. Sci.*, 1998, **55**, 537～557.

22 Xue, Y., Cane, Y. M. A., Zebiak, S. E., Predictability of a coupled model of ENSO using singular vector analysis. Part I: Optimal growth in seasonal background and ENSO cycles, *Mon. Wea. Rev.*, 1997, **125**, 2043～2056.

23 Xue, Y., Cane, Y. M. A., Zebiak, S. E., Predictability of a coupled model of ENSO using singular vector analysis. Part II: Optimal growth and forecast skill, *Mon. Wea. Rev.*, 1997, **125**, 2057～2073.

24 Lacarra, J. F. and O. Talagrand, Short-range evolution of small perturbation in a baratropic model, *Tellus*, 1988, **40A**, 81～95.

25 Tanguay, M. and P. Bartello, Four-dimensional data assimilation with a wide range of scales, *Tellus*, 1995, **47A**, 974～997.

26 Mu Mu, Guo Huan, Wang Jiafeng, Li Yang, The impact of nonlinear stability and instability on the validity of the tangent linear model, *Adv. Atmos. Sci.*, 2000, **17**, 375～385.

27 Durbiano, S., Vecteurs caracteristiques de modeles oceaniques pour la reduction d'ordre er assimilation de donnees, Ph. D. These, Universite Joseph Fourier-Grenoble, 2001.

28 Palmer, T. N., Predictability of the atmosphere and oceans: from days to decades, *Proceeding of the ECMWF Seminar on predictability*, Reading, England, 1995, Vol. 1, 143～156.

29 Talagrand, O., Assimilation of observations, an Introduction, *J. Meteor. Soc. Japan.*, 1997, **1B**, 191～209.

30 Smagorinsky, J., Problems and promises of deterministic extended range forecasting, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 1969, **50**, 286～312.

31 新田尚，天气的可预报性，北京：气象出版社，1988.

32 Mintz, Y., Very long-term global integration of the primitive equations of atmospheric motion, WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting, WMO, Tech. Note, 1964, No. 66, 141～155.

33 Leith, C. E., Numerical simulation of the Earth's atmosphere, *Methods in Computational Physics*, Vol. 4, New York, Academic Press, 1965, 1～28.

34 Li Jianping, Zeng Qingcun and Chou Jifan, Computational uncertainty principle in nonlinear ordinary differential equations. I. numerical results, *Science in China* (E), 2000, **43**(5), 449～460.

35 Li Jianping, Zeng Qingcun and Chou Jifan, Computational uncertainty principle in nonlinear ordinary differential equations. II. theoretical analysis, *Science in China* (E), 2001, **44**(1), 55～74.

36 李建平，算不准原理及其意义与启示，中国科学院院刊，2000, **15**(6), 428～430.

37 Simmons, A. J., Dynamical prediction: some results from operational forecasting and research experiments at ECMWF, Long-Range Forecasting Research Publication, WMO, 1983, No. 1, 187～206.

38 丑纪范、徐明，短期气候数值预测的进展和前景，科学通报，2001, **46**, 890～895.

39 李建平、丑纪范，大气动力学方程组的定性理论及其应用，大气科学，1998, **22**, 443～453.

40 谢志辉、丑纪范，大气动力学方程组全局分析的研究进展，地球科学进展，1999, **14**, 133～139.

41 范新岗、张红亮、丑纪范，气候系统可预报性的全局研究，气象学报，1999, **57**, 190～197.

Theoretical Research on The Predictability of Climate System

Mu Mu[1], Li Jianping[1], Chou Jifan[2], Duan Wansuo[1] and Wang Jacheng[1]

1) (*State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100029)

2) (*Beijing Meteorolgical Training Center, China Meteorological Administration, Beijing* 100081)

Abstract Some theoretical studies on the predictability of climate system are introduced in this paper. The theory of nonlinear fastest growing perturbation is applied to investigate climate predictability. Two kinds of predictability problems are studied from a new view, and three types of predictability sub-problems are present. In light of the computational uncertainty principle, the relations between predictability of model and machine precision are revealed. Base on the relationship between predictability and spatial-temporal scale a theroy of relativity of predictability is introduced.

Key words: climate system; predictability; nonlinear fastest growing perturbation; spatio-temporal scale