

# 非线性误差增长理论在大气可预报性中的应用\*

丁瑞强 李建平

DING Ruiqiang LI Jianping

中国科学院大气物理研究所, LASG, 北京, 100029

LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China

2007-12-22 收稿, 2008-03-24 改回.

Ding Ruiqiang, Li Jianping. 2009. Application of nonlinear error growth dynamics in studies of atmospheric predictability. Acta Meteorologica Sinica, 67(2): 241 - 249

**Abstract** This paper provides an algorithm that computes the predictability limit of atmospheric variables by use of observational data, based on the concept of the nonlinear local Lyapunov exponent (NLL E) and related nonlinear error growth dynamics developed by the authors in the recent years. The NLL E and its derivatives can be used to quantify the predictability of chaotic dynamical systems. The algorithm introduced here is practical in the sense that it applies the nonlinear error growth theory to the estimate of actual atmospheric predictability through using observations. As an example, the temporal-spatial distributions of the predictability limit of geopotential height fields are calculated and discussed. It is found that for the 500-hPa height fields, the annual mean predictability limit (AMPL) appears a zonal distribution with the maximum of around two weeks in the tropics and Antarctic. The AMPL is about 9 - 12 days in the Arctic, 6 - 9 days in the middle-high latitudes of the Northern Hemisphere, and 4 - 6 days in the middle latitudes of the Southern Hemisphere. Moreover, the atmospheric predictability limit varies with season. For most regions of the two hemispheres, especially for the Antarctic, the tropical Indian Ocean, the North Pacific and North Atlantic, the predictability limit in winter is much longer than that in summer. Vertically, the predictability limit increases with height. It changes from below two weeks in the lower troposphere to about one month in the lower stratosphere. This is consistent with the fact that weather patterns in the troposphere tend to alter on a time scale of a few days, and circulation regimes in the stratosphere tend to persist for several weeks or more.

**Key words** Nonlinearity, Lyapunov exponent, Predictability, Geopotential height field

**摘 要** 为了能从非线性误差增长动力学的角度来研究大气的可预报性问题, 在非线性动力系统的理论和方法基础上, 文中引入了可预报性研究的新方法——非线性局部 Lyapunov 指数。非线性局部 Lyapunov 指数及其相关统计量能够用来定量地确定混沌系统可预报性的大小, 真正地实现了对可预报性的量化研究。首先给出了利用大气单个变量的实际观测资料获得其可预报期限估计的计算方法, 因而解决了将非线性误差增长理论应用到大气实际的可预报性研究中的问题。然后, 以位势高度场为例, 详细讨论了逐日时间尺度上全球可预报性的时空分布, 得到的主要结论为: (1) 在水平方向上, 全球位势高度场可预报性表现为一定的南北纬向带状分布, 赤道地区和南极地区的可预报期限最长, 可以达到两周左右; 北极地区次之, 可预报期限大约为 9—12 d; 北半球中高纬度地区可预报期限相对较短, 可预报期限大约为 6—9 d; 而在南半球的中纬度地区最短, 可预报期限仅为 4—6 d。此外, 500 hPa 位势高度场可预报性分布随季节有明显变化, 季节不同一些可预报期限的高值区和低值区所在的纬度和经度也会不同, 总体来说, 全球大部分地区的可预报性冬季都大于夏季, 尤其在南极地区、热带印度洋以及北太平洋地区。(2) 在垂直方向上, 位势高度场可预报期限随高度升高而增加, 可预报期限从对流层下层的两周以下增加

\* 资助课题: 973 项目 (2006CB403600), 国家自然科学基金项目 (40675046), 中国公益性行业 (气象) 科研专项经费“中国气候系统的协同观测与预测研究”(GYHY200706005)。

作者简介: 丁瑞强, 主要从事非线性大气动力学与可预报性研究。Email: drq@mail.iap.ac.cn

到平流层下层的 1 个月左右,对流层和平流层天气尺度运动的可预报期限与其时间尺度是十分一致的。

**关键词** 非线性, Lyapunov 指数, 可预报性, 位势高度场

**中图分类号** P44

## 1 引言

大气是一个复杂的非线性系统,由于其存在内在随机性(Lorenz, 1963, 1993; 丑纪范, 2002; 周秀骥, 2005),它的预报时效有一定的范围,超出这个范围,预报将完全失去技巧。大气系统存在可预报性是其固有的属性,是客观存在的。半个世纪以来,通过大气科学家们的探索和分析研究,尤其是 Charney (1966)、Lorenz (1969a, 1969b)、Smagorinsky (1969) 等工作,人们对大气运动可预报性问题的认识有了显著的提高。

目前在定量估计大气可预报时效研究中使用最多的主要有两种方法:一个是利用数值模式进行数值试验的方法(Mintz, 1964; Leith, 1965, 1983; 陈明行等, 1989; Simmons, et al, 1995; 王会军等, 2007),另一个就是利用非线性动力系统理论的方法(Fraedrich, 1986, 1987; Keppenne, et al, 1989)。由于目前的数值模式不能完全反映大气的真实属性,所估计的可预报性仅仅是数值模式的属性而并非实际大气的属性,因此利用数值模式估计可预报性的方法并非确定实际大气可预报性的最有效方法。非线性动力系统理论的方法是从动力系统理论(Lyapunov 稳定性理论)和初始误差增长的观点出发来研究可预报性问题。在动力系统理论分析中, Lyapunov 指数是度量相空间中初始邻近轨道长期平均指数发散(收缩)率的一个物理量,它可以表征初始无限小误差的增长率,因此,可用它讨论大气平均可预报性。后来,为了度量相空间的局部可预报性,在全局 Lyapunov 指数基础上,引入了局部或有限时间 Lyapunov 指数(Kazantsev, 1999; Ziemann, et al, 2000; Yoden, et al, 1993)。但是,局部 Lyapunov 指数本质上与全局 Lyapunov 指数相同,都是建立在无穷小误差动力学基础上的,属于线性误差增长理论的范畴。须知,如果一个误差保持无穷小,它就不可能有可预报期限。为了确定可预报期限,不能只局限于误差增长的线性行为,还应包括误差增长的非线性行为(Lacarra, et al, 1988; Mu, 2000)。

针对线性误差增长理论在可预报性研究中的局

限性,作者近年来对非线性系统的误差发展方程不作线性化近似,直接用原始的误差发展方程来研究初始误差的发展,在此基础上首次引入了非线性局部 Lyapunov 指数的概念,发展了非线性误差增长理论(Chen, et al, 2006; 李建平等, 2006; 丁瑞强等, 2007; Ding, et al, 2007),其研究结果表明:对于一般的混沌系统,非线性误差增长理论能够有效地确定不同大小初始误差的可预报期限,较线性误差增长理论有明显的优越性,更适合于可预报性的研究。由于大气系统的复杂性,目前还没有一个真正反映大气实际状况的数值模式,利用现有的数值模式去研究大气的可预报性,所得到的仅是模式可预报性的度量,并不能得到大气的实际可预报性期限;另外,考虑到目前计算机计算能力的限制,我们不能像对 Logistic 映射和 Lorenz 系统等简单的混沌系统一样,对大气数值模式叠加不同大小的初始误差,然后直接积分模式及其误差发展方程来确定大气实际的可预报期限。实际上,在不能准确获得系统动力学方程的情况下,我们可以给出合理的计算方法,通过利用实验观测数据大体估计出一定大小的初始误差对应的误差平均相对增长随时间的演化状况,从而可以确定可预报期限。

本文首先给出了利用 Lorenz 系统的实验数据通过所给定的计算方法得到某个变量的误差平均相对增长随时间的演化状况,然后与理论结果进行比较,结果表明了利用实验观测数据估计单个变量在一定大小的初始误差条件下对应的可预报期限的合理性。在此基础上,我们利用大气单个变量的实际观测资料,结合大气的动力学特征,给出了利用大气的实际观测资料估计大气可预报期限的计算方法,然后讨论了大气可预报期限随空间、季节的变化特征。

## 2 非线性误差增长理论

### 2.1 非线性局部 Lyapunov 指数及混沌系统可预报期限的确定

对于一个  $n$  维非线性动力系统,如果对其误差演化方程不作任何近似,保留所有的非线性项,误差演化方程的解可以从  $t = t_0$  到  $t_0 +$  进行数值积

分,我们可得到

$$(x(t_0 + \Delta t), t_0 + \Delta t) = (x(t_0), t_0) \cdot \mathcal{F}(t_0, \Delta t) \quad (1)$$

其中  $\mathcal{F}(x(t_0), t_0, \Delta t)$  为非线性误差传播算子;由上式可以定义非线性局部 Lyapunov 指数

$$\lambda_i(x(t_0), t_0, \Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{|x_i(t_0 + \Delta t) - x_i(t_0)|}{|x_i(t_0) - x_i(t_0)|} \quad (2)$$

这里  $\lambda_i(x(t_0), t_0, \Delta t)$  不仅依赖于相空间中参考轨道的初始状态  $x(t_0)$  和演化时间  $\Delta t$ , 还与初始误差  $(t_0)$  有关,这与以前定义的局部或有限时间 Lyapunov 指数完全不同。为了方便,将误差向量  $(t)$  的大小表示为  $(t) = (t)$ 。在  $(t_0) = 0$  和  $(t) > 0$  的双重限制条件下,非线性局部 Lyapunov 指数将趋向全局最大 Lyapunov 指数  $\lambda_1$  (Eckmann, et al, 1985)。如果要从整体上对非线性系统的动力特性进行研究,需要引入整体系统平均的非线性局部 Lyapunov 指数

$$\bar{\lambda}_i(t_0, \Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \lambda_i(x_j(t_0), t_0, \Delta t) \quad (3)$$

其中  $N$  表示  $N(N)$  个样本的集合平均;误差平均相对增长可以通过平均非线性局部 Lyapunov 指数获得

$$\bar{E}(t_0, \Delta t) = \exp(\bar{\lambda}_i(t_0, \Delta t)) \quad (4)$$

由式(2)、(3)、(4)可得

$$\bar{E}(t_0, \Delta t) = \exp\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \frac{|x_i(t_0 + \Delta t) - x_i(t_0)|}{|x_i(t_0) - x_i(t_0)|}\right] \quad (5)$$

对于一个混沌系统,随着  $\Delta t \rightarrow \infty$ ,  $x_1(t_0 + \Delta t)$ ,  $x_2(t_0 + \Delta t)$  ...  $x_N(t_0 + \Delta t)$  相互独立,并且收敛到同一分布,利用 Ding 等(2007)提出的定理,可得

$$\bar{E}(t_0, \Delta t) \xrightarrow{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_i(N) \quad (6)$$

这里  $c_i$  能被看作是  $\bar{E}(t_0, \Delta t)$  的理论饱和值;误差增长达到饱和,就意味着系统的初始信息全部丢失,预测失去意义,因此利用这个饱和值,混沌系统的可预报期限能够定量地确定(这里的可预报期限对应着一个平均的时间长度  $T_p$ ,超出  $T_p$  由于初始扰动在整个吸引子上的传播,预测将完全失去意义)。

## 2.2 单个变量非线性局部 Lyapunov 指数及其可预报期限的确定

式(2)定义的非线性局部 Lyapunov 指数都是针对整个混沌系统而言的,误差大小是作为向量模的形式表示的。然而,在实际情形中,以大气为例,不同的变量例如气温、位势高度、降水等有不同的可预

报性。有时我们关心的不是系统整体的可预报性,而是单个变量的可预报性。为了度量  $n$  维非线性动力系统中不同变量的误差增长和可预报性,对于某个变量  $x_i (i = 1, 2 \dots n)$ , 其非线性局部 Lyapunov 指数可以被定义为

$$\lambda_i(x(t_0), t_0, \Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{|x_i(t_0 + \Delta t) - x_i(t_0)|}{|x_i(t_0) - x_i(t_0)|} \quad (7)$$

这里  $(t) = (x_1(t), x_2(t) \dots x_n(t))^T$ 。同样地,变量  $x_i$  的平均非线性局部 Lyapunov 指数和误差平均相对增长可以通过对不同的初始状态进行整体系统平均获得

$$\bar{\lambda}_i(t_0, \Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \lambda_i(x_j(t_0), t_0, \Delta t) \quad (8)$$

$$\bar{E}(t_0, \Delta t) = \exp(\bar{\lambda}_i(t_0, \Delta t)) \quad (9)$$

对于一个混沌系统,随着  $\Delta t \rightarrow \infty$ , 变量  $x_i$  的误差大小也将相互独立,并且收敛到同一个分布(对于不同的变量,最终的误差分布也不同)。因此,与前面式(6)的证明过程一样,我们同样也可以证明  $\bar{E}(t_0, \Delta t) \xrightarrow{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_i(N)$ 。这里  $c_i$  能被看作是  $\bar{E}(t_0, \Delta t)$  的理论饱和值(对于不同的变量,由于最终的误差分布不同,理论饱和值也有所不同),利用这个饱和值,变量  $x_i$  的可预报期限能被定量地确定。

## 3 用混沌系统的实验数据获得其单变量的可预报期限的计算方法

如果非线性系统的控制方程已经准确获知,例如 Lorenz 系统,我们可以直接积分 Lorenz 系统及其误差发展方程来计算平均非线性局部 Lyapunov 指数和误差平均相对增长随时间的演化,从而可以定量地确定 Lorenz 系统或者其单个分量在一定初始误差大小条件下的可预报期限(丁瑞强等, 2007; Ding, et al, 2007);但是,如果非线性系统的控制方程未知,不过已经获得其实验观测数据的情况下,例如如果我们已经获得  $n$  维混沌系统的  $n$  个分量的实验观测数据,而对于某个分量时间序列数据  $\{x(t_i), i = 1, 2 \dots m\}$  ( $m$  为时间序列的长度),要获得这个分量在一定的初始误差大小  $d_0$  下的可预报期限(假设系统其他分量的初始误差大小大体上也为  $d_0$ ),则通过如下方法可以实现:

(1) 以  $x(t_1)$  为参考点, 寻找在  $n$  维相空间中基准点(位置可由  $x(t_1)$  和  $t_1$  时刻对应的其他  $n-1$  维分量确定)附近区域(范围大体上可由  $n$  维分量的初始误差大小决定)与参考点  $x$  分量距离最接近  $d_0$  的邻近点(对应于  $x(t_1)$  的分量为  $x(t_1)$ ), 两者  $x$  分量的距离可表示为

$$L(t_1) = |x(t_1) - x(t_1)| \quad (10)$$

(2) 取演化步长  $T=1$ , 设在时间  $t_2 = t_1 + T$ ,  $x(t_1)$  和  $x(t_1)$  分别演化到  $x(t_2)$  和  $x(t_2)$ , 两点的距离为

$$L(t_2) = |x(t_2) - x(t_2)| \quad (11)$$

初始误差在时间  $T$  内的指数增长率为

$$\tau_1 = \frac{1}{T} \ln \frac{L(t_2)}{L(t_1)} \quad (12)$$

(3) 以  $x(t_2)$  为参考点重复过程(1)、(2)得到  $\tau_2$ , 表示第 2 个参考点初始误差在时间  $T$  内的指数增长率。

(4) 将上述过程一直进行到  $f(x(t_i), i=1, 2 \dots m)$  的终点, 而后取指数增长率的平均值作为演化步长为  $T$  的非线性局部 Lyapunov 指数均值的近似估计

$$\bar{\tau}(T) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \tau_k \quad (13)$$

这里,  $N = m - T$ 。

(5) 依次增加演化步长  $T$ , 重复上述步骤, 可以得到  $\bar{\tau}(T)$  随演化步长  $T$  的变化关系。

(6) 另外由式(12)、(13)还可以求得误差平均相对增长  $\bar{\tau}(T) = \exp(\bar{\tau}(T)T)$  随演化步长  $T$  的变化关系, 然后通过考察误差平均相对增长  $\bar{\tau}(T)$  是否达到饱和来确定可预报期限。

以 Lorenz 系统为例, 如果已经获得  $x$ 、 $y$  和  $z$  分量的实验观测数据, 通过以上计算方法得到的  $x$  分量的误差平均相对增长曲线与直接积分 Lorenz 方程(3 个分量的初始误差都为  $d_0$ )得到的曲线基本上相似(图1), 从而最终所得到的当初始误差大小为  $d_0$  时  $x$  分量的可预报期限也基本上相同。因此, 在我们获得  $n$  维混沌系统的  $n$  个分量的实验观测数据的情况下, 可以通过某个分量时间序列数据并借助于其他  $n-1$  维分量的观测数据寻找邻近点的方法来获得系统单个分量在一定初始误差大小条件下的可预报期限。

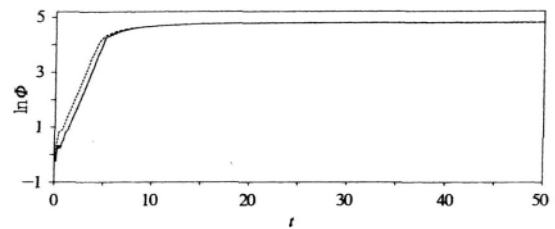


图1 对 Lorenz 系统  $x$  分量的时间序列数据寻找邻近点的方法(实线)与直接积分 Lorenz 方程的方法(虚线)分别得到的误差相对增长曲线( $d_0=0.05$ )

Fig. 1 Curves of the relative growth of initial error ( $d_0=0.05$ ) obtained respectively by using experimental data of Lorenz system (solid line) and direct calculation of the Lorenz differential equations (dashed line)

## 4 利用大气的实际观测资料来确定大气的可预报期限

### 4.1 具体的计算方法

在实际情形下, 我们往往仅获得大气的某个物理量很长时间的观测数据序列, 因此在寻找相空间中基准点附近区域与已有观测资料的分量的距离接近于观测误差的点时, 不能像前面如  $n$  维混沌系统那样可以通过判断  $n$  维相空间的距离获得基准点附近区域的点, 但是我们可以通过大气的动力学特征来寻找相空间中基准点附近区域的点。我们知道, 对于像大气、海洋这样的系统, 由于太阳辐射的年变化而存在明显的年周期, 在年周期的不同阶段物理量的演化趋势也不一样, 例如春季到夏季, 气温呈上升趋势, 而夏季到秋季, 气温则呈下降趋势。我们可以在一年中的同一时间附近选取动力性质一致的邻近点, 以保证两点在相空间中位于相近区域。找到相空间中基准点临近区域的点以后, 其他步骤与前面  $n$  维混沌系统获得某个分量的可预报期限的计算步骤完全相同, 从而最终可以得到大气某个物理量对应于观测误差的平均非线性局部 Lyapunov 指数以及误差平均相对增长随时间的演化状况的估计, 最后也可以获得可预报期限的估计。

### 4.2 对大气的实际观测资料初始误差 $d_0$ 的确定

由于大气实际资料长度的限制, 初始误差  $d_0$  不能太小, 否则在整个资料序列中将找不到与参考点距离最接近  $d_0$  的邻近点; 同时初始误差  $d_0$  也不能太大, 否则得到的结果对大气可预报性的认识没

有实际意义。

事实上,我们可以利用实际资料来确定在给定资料长度情形下合适的初始误差  $d_0$ 。所用的资料是 NCEP/NCAR 的 1948—2005 年每日 4 次再分析资料,水平分辨率为  $2.5^\circ \times 2.5^\circ$  经纬度,全球共  $144 \times 73$  个网格点,垂直方向上有 17 层。以 500 hPa 位势高度场再分析资料为例,对于位势高度场上某一个格点资料序列的每一时刻对应的参考点,可以在其他年份的同一时刻附近找到最接近参考点的点,两者的距离记为  $d_{\min}$ ,通过对整个资料序列上所有的点计算  $d_{\min}$ ,最终可以得到  $d_{\min}$  的概率分布。从

图 2 可以看到,500 hPa 位势高度场上所给定两个格点的实际资料参考点与邻近点最小距离  $d_{\min}$  的概率分布基本上完全相同,都是在  $d_{\min} = 1$  gpm 处概率最大,接近于 100%,其他值出现的概率基本上为 0。对于 500 hPa 位势高度场上的其他格点也得到了基本相同的概率分布(图略)。因此可以将 500 hPa 位势高度场初始误差  $d_0$  确定为 1 gpm,则对于某个格点的实际资料序列,绝大多数参考点都将会在相空间的相近区域找到距离为  $d_0$  的邻近点。对于除了 500 hPa 以外的其他高度层,根据同样的方法确定出位势高度场的  $d_0$  都与 500 hPa 相同。

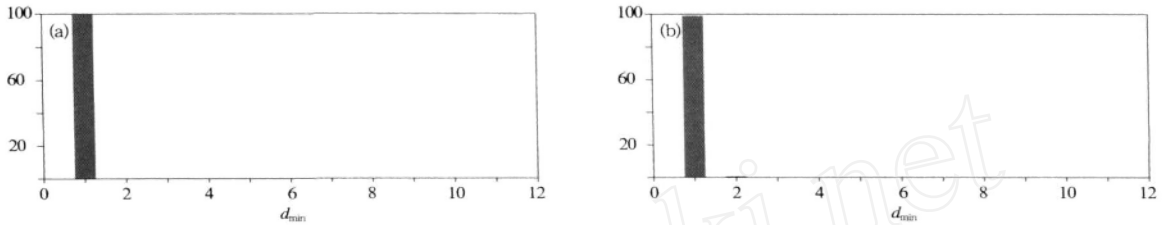


图 2 500 hPa 位势高度场上两个格点(a) (0°,90°E)和(b) (45°N, 90°E) 的实际观测资料参考点与邻近点最小距离  $d_{\min}$ (单位:gpm)的概率分布(%)

Fig. 2 Probability distributions of the minimum distance  $d_{\min}$  between the reference point and the neighborlug point from the observational data for two grid points (a) (0°, 90°E) and (b) (45°N, 90°E) at the 500 hPa geopotential height field (%) in 1948 - 2005

### 4.3 应用个例

利用  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ \text{N}$  4 个纬度上 500 hPa 高度场的纬向平均时间序列,采用上述计算方法可以分别得到平均非线性局部 Lyapunov 指数以及误差平均相对增长随时间的演化曲线(图 3、图 4)。由图 3 可以看出,对于 4 个纬度其平均非线性局部 Lyapunov 指数都随演化时间逐渐减小,这表明初始误差随时间逐渐增加的同时由于非线性作用增强其增长率随之减小;相应地,相对误差刚开始增长很快,但随着时间的演化,最后停止增长达到饱和(图 4)。4 个纬度相比较而言,赤道地区初始误差增长最慢,30°N 次之,60°N 和 90°N 初始误差的增长相对较快(图 3);与之相反,赤道地区初始误差达到饱和的时间最长,30°N 次之,而 60°N 和 90°N 初始误差达到饱和的时间相对较短(图 4)。如果将初始误差演化到误差饱和值的 99%时所对应的时间定义为可预报期限,则可以得到 4 个纬度的可预报期限分别为 16、13、10、和 10.5 d,这与实际情形十分符合

(Kalnay, 2003; 郑祖光等, 1992; 张韧等, 1995),表明利用大气实际观测资料,非线性误差增长理论同样可以反映实际大气初始误差非线性增长的特征,适合于对大气可预报性的时空分布特征作进一步的研究。

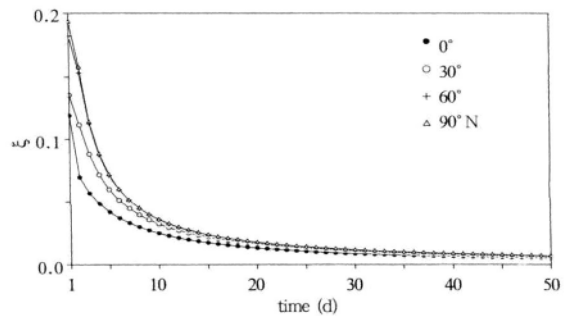


图 3 4 个纬度纬向平均高度场非线性局部 Lyapunov 指数  $\bar{\lambda}(T)$  随时间  $T$  的演化

Fig. 3 Temporal evolution of the nonlinear local Lyapunov exponents (NLLE)  $\bar{\lambda}(T)$  of the zonal mean geopotential heights at  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ,$  and  $90^\circ \text{N}$

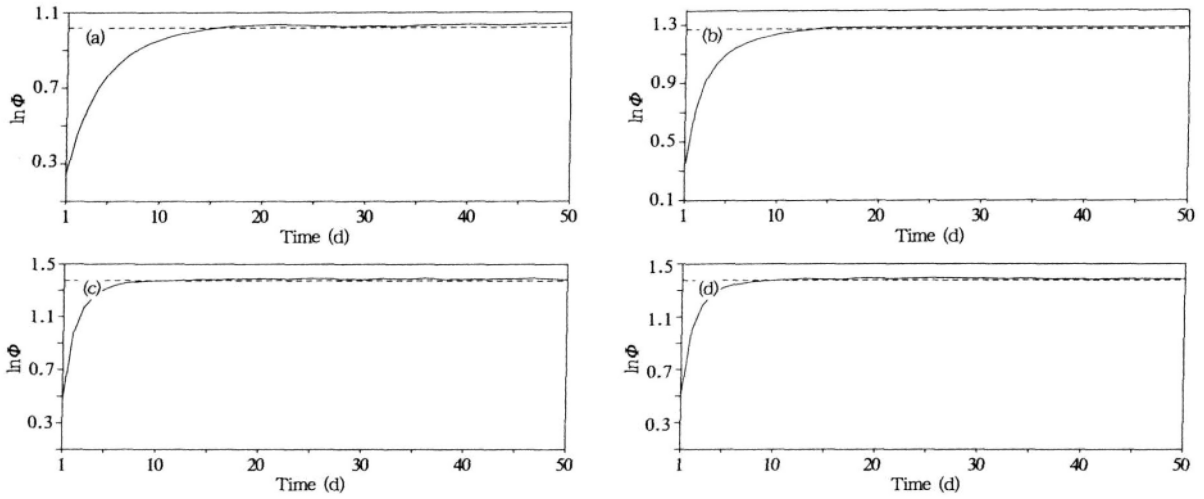


图 4 4 个纬度 0°(a), 30°(b), 60°(c) 和 90°N(d) 上误差平均相对增长  $\overline{\ln \Phi}(T)$  随时间  $T$  的演化 (水平虚线是误差达到 99% 饱和值对应的值, 20 d 以后的相对误差增长求和取平均作为饱和相对误差增长估计)

Fig. 4 Temporal evolution of the relative growth of initial error for 0°(a), 30°(b), 60°(c) and 90°N (d) (The dashed horizontal line denotes the value corresponding to the 99% saturated bias, which is estimated by taking the average of the relative growth of initial error after 20 days)

### 5 位势高度场可预报期限的时空分布

#### 5.1 500 hPa 位势高度场全年可预报期限的空间分布

对全球每个格点 500 hPa 位势高度场的时间序列计算平均非线性局部 Lyapunov 指数及误差平均相对增长, 可以确定出其可预报期限随空间的水平分布(图 5)。从图 5 可以看出, 500 hPa 位势高度场的可预报期限具有明显的空间分布特征。总体上来说, 可预报期限基本上呈南北纬向带状分布, 热带地

区和南极地区的可预报期限最长, 北极地区次之, 北半球中高纬度地区可预报期限相对较短, 而在南半球的中纬度地区可预报期限最短。具体来说, 在热带地区和南极地区可预报期限大约为 10—14 d, 其中热带地区可预报期限最大值主要分布在赤道非洲、印度洋地区以及赤道北美洲地区; 热带地区和南极地区可预报性相对较高可能与这些地区斜压性小以及南极涛动(AAO)、MJO 等大气的低频模态本身所具有的高持续性对可预报性的提高有较大的贡献有关。Reichler 等(2004)用数值模式研究了大

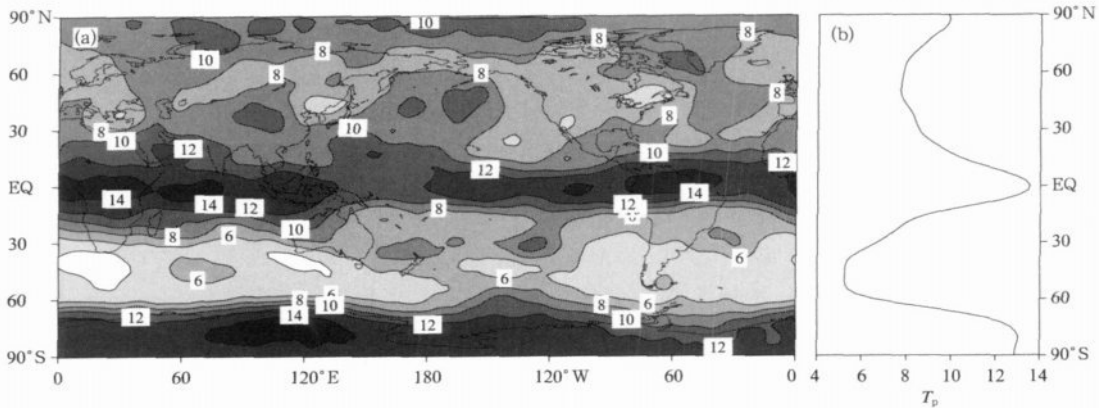


图 5 500 hPa 位势高度场全年平均可预报期限的空间分布 (a) 和可预报期限的纬向平均随纬度分布 (b) (单位: d)

Fig. 5 The global (a) and zonal mean (b) distributions of the annual mean predictability limit of 500 hPa geopotential height fields (unit: d)

气长期可预报性的时空分布,其结果表明南极和热带地区存在着长期可预报性的高值区,他们同时指出,在南极和热带印度洋地区大气对初始条件有较强的记忆能力,这与我们的结果是一致的。北半球中纬度的大部分地区可预报期限大约为6—10 d,其中在北半球的亚洲和北美洲东部沿岸地区最低,可预报期限仅为6 d左右;南半球的中纬度带上的大部分地区,可预报期限最短,仅为4—6 d。北极地区可预报期限要比邻近中高纬度长,但不如南极地区,可预报期限大约为8—10 d。

### 5.2 500 hPa 位势高度场冬夏季可预报期限的空间分布

冬、夏季可预报期限的分布总体上与全年的情况(图5)有所类似,其纬向平均可预报期限均表现为一定的南北纬向带状分布,热带地区和南北极地区的可预报期限都要比相邻纬度的高,但是冬、夏季可预报期限的具体分布还是有很大差别的。冬季可预报期限的最大值分布在南极地区;热带地区冬季可预报期限的大值区分布在赤道印度洋和赤道北美

洲地区,此外在北太平洋和北大西洋地区可预报期限也较长,这可能与冬季NPO、NAO等低频模态强度较强有直接的关系;在北半球的亚洲和北美洲东部沿岸地区,基本上对应于冬季东亚大槽和北美大槽的位置,可预报期限最短,而南半球最小值主要分布在风暴轴附近区域,这些区域由于是天气尺度涡动活动比较剧烈的地区,因此可预报期限比较中纬度其他地区来说最短;关于在北半球北太平洋和北大西洋上空两个风暴轴区域,没有出现可预报性期限的最小值区,说明这些区域的可预报性除了受风暴轴活动影响外,可能还受到NPO、NAO等低频模态的影响(图6)。夏季可预报期限的最大值主要分布在赤道非洲、大西洋地区和赤道太平洋地区,其具体原因还需要进一步的研究;夏季南极地区可预报期限要比冬季明显减少;夏季北半球可预报期限的最小值分布与冬季比较要明显偏南,主要位于北太平洋和北大西洋靠近热带的地区,这些地区夏季正好位于东西风带的交界处,其可预报性比较低可能与这里空气交换比较剧烈致使大气不稳定性增强

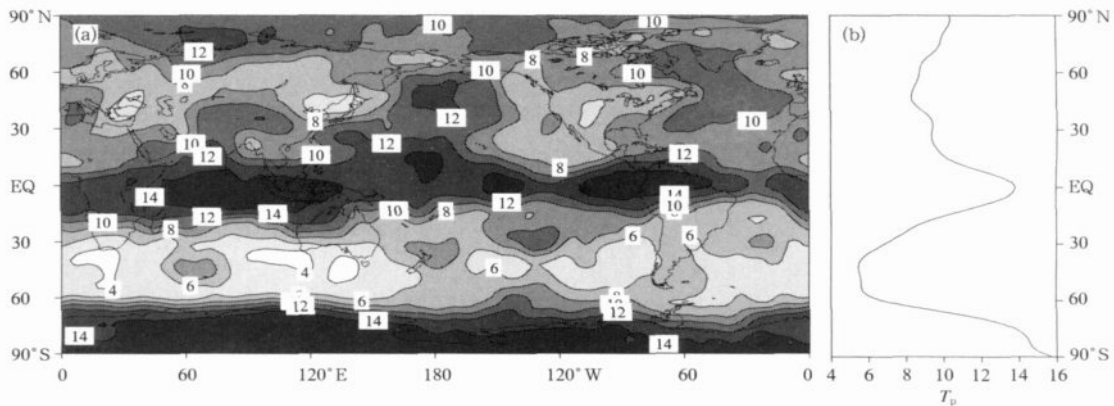


图6 同图5,但为冬季平均可预报期限的空间分布

Fig. 6 Same as Fig. 5 but for winter mean

有关(图7)。

从冬季与夏季可预报期限差值图(图略)来看,总的来说,500 hPa 位势高度场全球大部分地区的可预报性冬季都大于夏季,尤其在南极地区、热带印度洋、北太平洋以及北大西洋地区,而在赤道非洲和赤道大西洋地区,夏季可预报期限要明显大于冬季,这与上面分析的可预报期限的高值区和低值区冬、夏季位置和强度变化是一致的,Reichle 等(2004)的

研究结果也支持这个结论。

### 5.3 位势高度场全年平均可预报期限的垂直分布

沿9个所给定纬度(80°N、60°N、40°N、20°N、0°、20°S、40°S、60°S、80°S),我们也研究了位势高度场可预报期限在垂直方向上随高度的变化(图略)。结果表明,对于所给出的不同纬度,位势高度场可预报期限从低层到高层在垂直方向上都有明显的变化,可预报期限基本上高层明显大于低层;尤其对

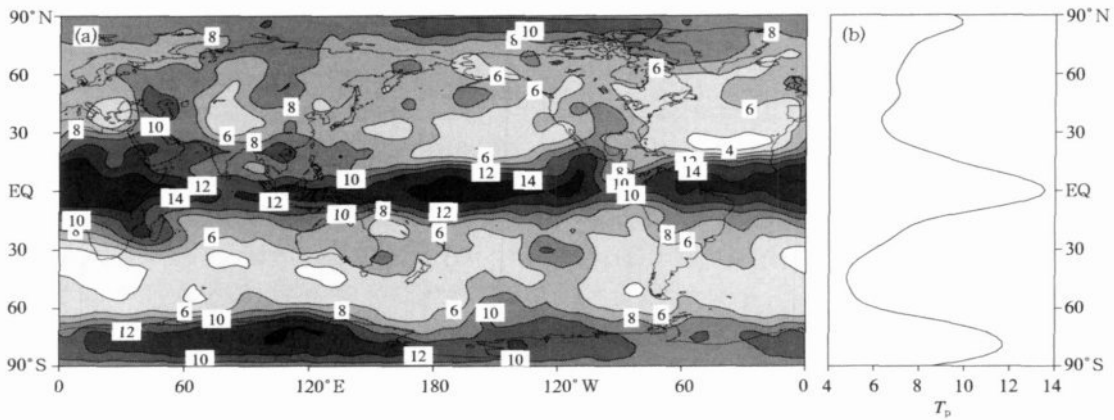


图7 同图5, 但为夏季平均可预报期限的空间分布

Fig. 7 Same as Fig. 5 but for summer mean

于热带地区和南北极地区,可预报期限随高度升高而增加的趋势十分明显,在对流层的中下层可预报期限都在两周以下,而到了20—10 hPa的高层可预报期限可增加到一个月以上;而对于南北半球的中高纬度地区,可预报期限在200 hPa以下随高度基本上变化不大,从200 hPa向上可预报期限随高度升高而迅速增加,到了10 hPa的高层可预报期限也基本上接近一个月(在40°N、40°S和60°S地区最为明显,20°N和20°S也有这种现象),200 hPa基本上对应于南北半球中高纬度地区对流层顶的高度,这一现象说明位势高度场可预报性在中高纬度地区对流层内部变化不大,但一进入平流层位势高度场可预报性会迅速增大。不同纬度地区位势高度场可预报期限在垂直方向的这种变化与大气低层即对流层天气尺度活动比较剧烈而在高层即平流层大气比较稳定,大气运动的时间和空间尺度较大是相对应的。Baldwin等(2001)的研究结果表明,平流层“天气过程”的时间尺度大约是1—2月,而对流层天气过程的时间尺度大约是10 d。由此可见,对流层和平流层天气尺度运动的可预报期限与其时间尺度是十分一致的。

大气高层高的可预报性可以为我们提高大气低层的可预报性提供一条途径,平流层稳定持续的环流异常,可以通过平流层下层和对流层顶的相互作用,影响到对流层的大气活动,如果对平流层和对流层相互作用的机制有深入的了解,或许通过预测前期平流层的环流异常可以把对流层的可预报期限从两周提高到1个月左右。目前,已有一些研究进行了尝试,结果表明利用平流层下层前期异常环流的信号可以大大提高北极涛动(AO)的预测技巧

(Baldwin, et al, 2003a, 2003b)。

## 6 结论

丁瑞强等(2007)以前的工作已经表明了非线性误差增长理论在研究可预报性方面比传统的线性误差增长理论有明显的优越性,如何将这个理论应用到大气实际的可预报性研究中去是本文所要解决的主要问题。本文中在前面首先给出了利用Lorenz系统的实验数据通过所给定的计算方法得到某个变量的误差平均相对增长随时间的演化状况,然后与理论结果进行比较,结果表明利用实验观测数据估计单个变量在一定大小的初始误差条件下对应的可预报期限的合理性。在此基础上,我们利用大气位势高度场的实际观测资料,结合大气的动力学特征,给出了利用大气的实际观测资料估计大气可预报期限的计算方法,然后讨论了逐日时间尺度的大气可预报期限随空间、季节的变化特征,得到了一些有意义的结果。

(1) 在水平方向上,全球位势高度场的可预报性表现为一定的南北纬向带状分布,热带地区和南北极地区的可预报期限都比较长,最长处达到了两周,而在南北半球的中高纬度地区可预报期限较短。随着季节变化,可预报期限的分布中的区域特征会有一定变化,即一些可预报性期限高值区和低值区所在的纬度和经度发生了改变,总体来说,全球大部分地区的可预报性在冬季都大于夏季,尤其在南极地区、热带印度洋、北太平洋地区和北大西洋地区。

(2) 在垂直方向上,位势高度场的可预报期限随高度升高而增加,高层的可预报期限明显大于低层,可预报期限从对流层下层的两周以下增加到平流层下层的1个月左右。以上结论仅是对全球可预



报性时空分布现象的初步描述,由于目前还缺乏对影响可预报性机制的深入了解,因此要合理地解释本文中所描述的现象还需要进一步的研究。

## References

- Baldwin M P, Dunkerton T J. 2001. Stratospheric harbingers of anomalous weather regimes. *Science*, 294: 581-584
- Baldwin M P, Stephenson D B, Thompson D W J, et al. 2003a. Stratospheric memory and skill of extended-range weather forecasts. *Science*, 301: 636-640
- Baldwin M P, Thompson D W J, Shuckburgh E F, et al. 2003b. Weather from the stratosphere? *Science*, 301: 317-318
- Charney J G, Fleagle V E, Lally V E, et al. 1966. The feasibility of a global observation and analysis experiment. *Bull Amer Meteor Soc*, 47: 200-220
- Chen Baohua, Li Jianping, Ding Ruiqiang. 2006. Nonlinear local Lyapunov exponent and atmospheric predictability research. *Sci China (D)*, 49: 1111-1120
- Chen Minghang, Ji Liren. 1989. Error growth in numerical prediction and atmospheric predictability. *Acta Meteor Sinica (in Chinese)*, 47(2): 147-155
- Chou Jifan. 2002. Nonlinearity and complexity in atmospheric sciences (in Chinese). Beijing: China Meteorological Press, 131 pp
- Ding Ruiqiang, Li Jianping. 2007a. Nonlinear error dynamics and predictability study (in Chinese). *Chinese J Atmos Sci*, 31(4): 571-576
- Ding Ruiqiang, Li Jianping. 2007b. Nonlinear finite-time Lyapunov exponent and predictability. *Physics Letters A*, 364: 396-400
- Eckmann J P, Ruelle D. 1985. Ergodic theory of chaos and strange attractors. *Rev Mod Phys*, 57: 617-656
- Fraedrich K. 1986. Estimating the dimensions of weather and climate attractors. *J Atmos Sci*, 43: 419-432
- Fraedrich K. 1987. Estimating weather and climate predictability on attractors. *J Atmos Sci*, 44: 722-728
- Kalnay E. 2003. Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability. Cambridge: Cambridge University Press, 216pp
- Kazantsev E. 1999. Local Lyapunov exponents of the quasi-geostrophic ocean dynamics. *Appl Math Comp*, 104: 217-257
- Keppenne C L, Nicolis C. 1989. Global properties and local structure of the weather attractor over western Europe. *J Atmos Sci*, 46: 2356-2370
- Lacarra J F, Talagrand O. 1988. Short-range evolution of small perturbations in a barotropic model. *Tellus*, 40A: 81-95
- Leith C E. 1965. Numerical simulation of the Earth's atmosphere. *Methods in Computational Physics*. New York: Academic Press, 1pp
- Li Jianping, Ding Ruiqiang, Chen Baohua. 2006. Review and Prospect on the Predictability Study of the Atmosphere (in Chinese), Beijing: China Meteorological Press, 96pp
- Leith C E. 1983. Predictability in theory and practice. *Large-Scale Dynamics Processes in the Atmosphere*. New York: Academic Press, 365pp
- Lorenz E N. 1963. Deterministic nonperiodic flow. *J Atmos Sci*, 20: 130-141
- Lorenz E N. 1969a. Atmospheric predictability as revealed by naturally occurring analogues. *J Atmos Sci*, 26: 636-646
- Lorenz E N. 1969b. The predictability of a flow which possesses many scales of motion. *Tellus*, 21: 289-307
- Lorenz E N. 1993. *The Essence of Chaos*. Washington: University of Washington Press, 227 pp
- Mintz Y. 1964. Very long-term global integration of the primitive equations of atmospheric motion. *WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting*. WMO, Technology Note, 66: 141-155
- Mu Mu. 2000. Nonlinear singular vectors and nonlinear singular values. *Science in China (D)*, 43: 375-385
- Reichler T, Roads J O. 2004. Time-space distribution of long-range atmospheric predictability. *J Atmos Sci*, 61: 249-263
- Simmons A J, Mureau R, Petroliagis T. 1995. Error growth and estimates of predictability from the ECMWF forecasting system. *Quart J Roy Meteor Soc*, 121: 1739-1771
- Smagorinsky J. 1969. Problems and promises of deterministic extended range forecasting. *Bull Amer Meteor Soc*, 50: 286-312
- Wang Huijun, Chen Lijuan, Li Weijing, et al. 2007. Predictability of DERF on monthly mean temperature and precipitation over China (in Chinese). *Acta Meteor Sinica*, 65(5): 725-732
- Yoden S, Nomura M. 1993. Finite-time Lyapunov stability analysis and its application to atmospheric predictability. *J Atmos Sci*, 50: 1531-1543
- Zhang Ren, Wu Wangjie. 1995. Predictability of weather and climate and the estimation of prediction time. *Marine Forecasts (in Chinese)*, 12: 67-70
- Zheng Zuguang, Liu Shida. 1992. Estimating weather predictability from the time series of weather variables. *Acta Meteor Sinica (in Chinese)*, 50(1): 72-80
- Zhou Xiuji. 2005. Atmospheric stochastic dynamics and predictability. *Acta Meteor Sinica (in Chinese)*, 63(5): 806-811
- Zemann C, Smith L A, Kurths J. 2000. Localized Lyapunov exponents and the prediction of predictability. *Physics Letters A*, 271: 237-251

## 附中文参考文献

- 陈明行, 纪立人. 1989. 数值天气预报中的误差增长及大气可预报性. *气象学报*, 47(2): 147-155
- 丑纪范. 2002. 大气科学中的非线性与复杂性. 北京: 气象出版社, 131pp
- 丁瑞强, 李建平. 2007. 非线性误差增长理论及可预报性研究. *大气科学*, 31(4): 571-576
- 李建平, 丁瑞强, 陈宝花. 2006. 大气可预报性研究的回顾与展望. 北京: 气象出版社, 96pp
- 王会军, 陈丽娟, 李维京等. 2007. 中国区域月平均温度和降水的模式可预报性分析. *气象学报*, 65(5): 725-732
- 张韧, 吴王杰. 1995. 天气和气候的可预报性及其预报时效的估计. *海洋预报*, 12: 67-70
- 郑祖光, 刘式达. 1992. 用天气变量时间序列估计天气的可预报性. *气象学报*, 50(1): 72-80
- 周秀骥. 2005. 大气随机动力学与可预报性. *气象学报*, 63(5): 806-811